

# PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS PARA A CONSIDERAÇÃO DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA APLICADOS NA RESOLUÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS

Amanda Willrich Fuchs<sup>1</sup>  
Alysson Rodrigo Marques Gomes de Assis<sup>2</sup>

## RESUMO

Os métodos de análise estrutural, que vêm se desenvolvendo durante as últimas décadas, adotam, por via de regra, simplificações em suas considerações, de modo a permitir que programas computacionais tenham mais fluidez e eficiência ao executá-los. O presente trabalho demonstra a importância da consideração da interação solo estrutura, comparando-a com os métodos convencionais que não consideram tal fator e, neste aspecto, observou-se que houve uma redistribuição significativa de esforços em grande parte dos elementos estruturais, bem como um aumento dos deslocamentos nas direções horizontais e verticais. Obtendo uma visão mais realista sobre a análise do comportamento mecânico das edificações, procurou-se otimizar o tempo necessário para uma abordagem apropriada em problemas complexos, proporcionando mais segurança ao engenheiro.

**Palavras-Chave:** Interação solo-estrutura. GNU Octave. Análise Estrutural.

## ABSTRACT

The structural analysis methods, that have been developing during the recent decades, embrace, as a matter of course, simplifications in its considerations, in order to enable any computational software to be more fluid and efficient in executing them. The present paper demonstrates the importance of considering the soil-structure interaction, comparing it with conventional methods that don't

---

<sup>1</sup> Acadêmica do Curso de Engenharia Civil da Universidade Alto Vale do Rio do Peixe (UNIARP).

<sup>2</sup> Professor Orientador Me. Alysson Rodrigo Marques Gomes de Assis, Graduado em Engenharia Civil, pela Universidade Federal de Santa Catarina, Mestre em Otimização Estrutural, pela Universidade Federal de Santa Catarina e docente do Curso de Engenharia Civil da Universidade Alto Vale do Rio do Peixe.

---

consider such factor and, in that aspect, it was observed that there were significant redistributions of the loads on the majority of the structural elements, as well as a displacement increase on the horizontal and vertical directions. Getting a more realistic view about the analysis of the mechanical behavior of edifications, it was sought to optimize the necessary time to have an appropriate approach when it comes to complex problems, providing more safety to the engineer.

**Keywords:** Soil-structure interaction. GNU Octave. Structural Analysis.

## 1 INTRODUÇÃO

Na etapa da concepção estrutural, cabe ao Engenheiro a criação de uma estrutura adequada, imaginando a melhor solução e prevendo seu respectivo comportamento. Para todos os casos, a definição de todos os elementos estruturais e seu funcionamento exige experiência e, sobretudo, raciocínio e bom senso (KIMURA, 2007).

Requer-se, geralmente, um vasto número de análises e procedimentos concomitantes num só projeto. É possível limitar as variáveis e utilizar um software livre com conceitos de análise matricial para o desenvolvimento de uma ferramenta prática que permita uma abordagem apropriada na análise de pórticos e sua interação com o solo?

Com o objetivo geral de obter uma visão mais realista sobre a análise do comportamento mecânico das edificações na questão da ISE, foi elaborada a análise de um pórtico plano, onde considerou-se o solo como apoio deformável.

Como objetivos específicos:

- a. Demonstrar a importância da consideração da interação solo-estrutura;
- b. Comparar os resultados obtidos no modelo inicial com os modelos A e B.

O modelo inicial, criado com o software Octave, propôs uma estrutura com engastes nos locais da fundação, enquanto os outros modelos propostos substituíram os engastes por molas, simulando o recalque sofrido pela edificação. O modelo A seguiu Winkler, onde foram considerados os recalques sofridos apenas pela substituição das molas na fundação; o modelo B seguiu o modelo de molas contínuas, onde foram consideradas, além do recalque causado pelas molas, a influência que uma fundação causa na outra, dentro de um modelo bidimensional.

Para os dois primeiros modelos, foram utilizados os parâmetros de

---

Antoniazzi (2011) como base, para calibração e análise de sensibilidade. O modelo de molas contínuas, criado posteriormente, foi considerado um modelo intermediário entre as análises bidimensionais e tridimensionais.

## 2 DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento do trabalho discorre sobre tópicos gerais que foram utilizados como base para a elaboração da rotina de cálculo no programa GNU Octave (versão 4.2.1, lançada em 2017).

### 2.1 ANÁLISE MATRICIAL

As operações matemáticas da análise de estruturas foram sistematizadas pela análise matricial de estruturas reticuladas, fazendo o uso de álgebra matricial que opera com vetores e matrizes e introduzindo conceitos novos para a análise de estruturas (VAZ, 2011).

Na análise matricial, um dos passos mais importantes a serem considerados é a formulação de um modelo matemático de elementos discretos que seja equivalente à estrutura contínua real, que é necessário para a obtenção de um sistema com um número finito de variáveis nos quais operações de álgebra matricial podem ser aplicadas (CARELLI, 2015).

A análise matricial consiste, então, em equações que regem um problema a ser resolvido e que são formuladas matricialmente, sendo equações de equilíbrio de forças ou de compatibilidade de deformações, dependendo do método utilizado – método das forças ou dos deslocamentos, por exemplo (CARELLI, 2015).

### 2.2 TIPOS DE RECALQUES

A maioria dos edifícios sofre recalques de poucas dezenas de milímetros, que são geralmente invisíveis a olho nu, o que transmite uma falsa impressão de não haver recalque para os leigos. A verdade é que todos os edifícios recalcam, o que torna mera ficção a hipótese de apoio fixo para os pilares, que é geralmente adotada (CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011).

De acordo com Cintra, Aoki e Albiero (2011), o recalque de uma sapata

---

pode ser definido como:

O deslocamento vertical para baixo, da base da sapata em relação a uma referência fixa, indeslocável, como o topo rochoso. Os recalques são provenientes das deformações por diminuição de volume e/ou mudança da forma do maciço de solo compreendido entre a base da sapata e o indeslocável.

Recalques absolutos elevados com a mesma ordem de grandeza em todas as partes da fundação podem, geralmente, ser tolerados, porque os recalques diferenciais é que são preocupantes. Todavia, os recalques diferenciais são normalmente maiores quando os recalques absolutos são maiores e, portanto, a magnitude do recalque pode ser aceita como uma medida indireta para o recalque diferencial (CINTRA; AOKI; ALBIERO, 2011).

### 2.3 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

Durante muito tempo os edifícios vêm sendo calculados considerando-se a hipótese simplificada de que suas fundações estão apoiadas sobre vínculos indeslocáveis, como engastes ou rótulas (SOUZA; REIS, 2008).

Caso tivesse sido considerada a interação solo-estrutura para o dimensionamento de elementos estruturais de uma edificação no passado, seria observado uma quantidade enorme de cálculos impossíveis de serem conduzidos manualmente, o que obrigava os engenheiros da época a confiar no seu bom senso e na sua experiência de modo a se contentar de que, com uma análise limitada, a estrutura projetada responderia às hipóteses nas quais se baseou (SOUZA; REIS, 2008).

Denomina-se ISE o mecanismo de influência mútua entre a supraestrutura e o sistema de fundação, cujo processo se inicia na fase de construção e prossegue até que um estado de equilíbrio seja atingido, no qual as tensões e as deformações se encontram estabilizadas, tanto da estrutura como do solo (COLARES, 2006).

Segundo Souza e Reis (2008), essa hipótese dos vínculos que não se deslocam pode conduzir a análise a resultados deveras distantes da realidade física – muitas pesquisas têm demonstrado que esforços dos calculados considerando-se os apoios fixos são significativamente diferentes daqueles encontrados ao se adotar apoios elásticos por meio da ISE.

---

Em 1995, Gusmão Filho, monitorando recalques de edificações sobre fundações rasas, na cidade de Recife, observou diferenças de aproximadamente 30% no esforço normal dos pilares periféricos (GUSMÃO FILHO, 1995 apud SOUZA; REIS, 2008). Mais tarde, em 2000, Reis, simulando distribuição dos esforços ao longo do tempo em elementos estruturais, concluiu que existia uma diferença variando entre 25% nos andares inferiores à 15% nos andares superiores (REIS, 2000 apud SOUZA; REIS, 2008).

Através da aplicação de cargas verticais a dois edifícios com fundações rasas, Holanda Júnior et al, em 1999, concluiu que os pilares com recalques maiores tendem a passar parte das suas cargas para os pilares vizinhos com recalques menores. Mesmo assim, uma diferença máxima de 7,5% podia ser observada nas reações de apoio, o que significa que não foram mudanças realmente significativas nessa parte. Em contrapartida, foram observadas mudanças significativas nos momentos fletores dos pilares, onde era possível notar, inclusive, inversão de sinal (HOLANDA JÚNIOR et al, 1999 apud SOUZA; REIS, 2008).

Outra análise a ser citada é a de Antunes e Iwamoto, que, em 2000, concluíram que os recalques em um edifício de 15 pavimentos com fundações profundas, solicitado por carregamentos verticais e horizontais, são menores, e que era possível observar ampliações e reduções nos momentos fletores dos pilares do edifício ao se considerar a ISE (ANTUNES; IWAMOTO, 2000 apud SOUZA; REIS, 2008).

Em virtude da simplicidade, os modelos mais conhecidos para a consideração da ISE são aqueles que separam o sistema estrutural do maciço de solo, havendo ou não a discretização da estrutura de fundação. Deste modo, a deformabilidade do solo pode ser representada por meio de molas elásticas no contorno estrutura-solo, onde se consideram as propriedades mecânicas do maciço e a compatibilização dos recalques, ou ainda pela imposição de deslocamentos verticais estimados (ANTONIAZZI, 2011).

Para que molas sejam empregadas sob a base da estrutura, é necessário conhecer o coeficiente de mola ou módulo de reação vertical, o que será a representação da deformabilidade do solo. Esse coeficiente pode ser obtido por várias maneiras, como, por exemplo, através do ensaio de placa, tabelas com valores típicos ou por correlações com módulo de elasticidade, podendo, este último, ser estimado por ensaios triaxiais, de penetração estática (CPT) e de penetração

dinâmica (SPT) (ANTONIAZZI, 2011).

## 2.4 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os dados recolhidos durante a realização do presente trabalho, bem como suas considerações.

### 2.4.1 Parâmetros Adotados

Adotou-se um pórtico cujos elementos estruturais são demonstrados na Figura 50 e possui corte esquemático demonstrado na Figura 51. O edifício comercial modelo, semelhante ao de estudo de Antoniazzi (2011), em concreto armado, possui doze pavimentos e está assentado sobre fundações superficiais do tipo sapata e foi utilizado para a calibração dos resultados do modelo.

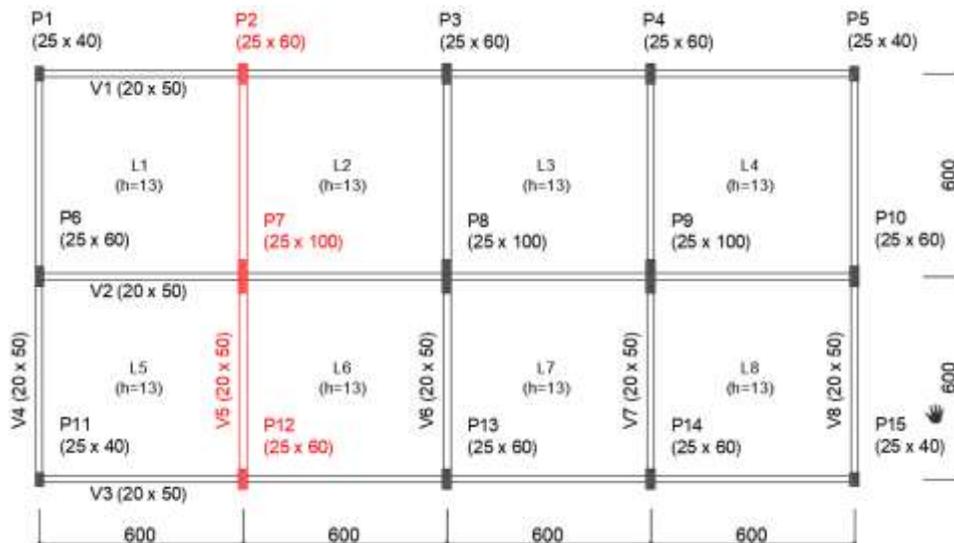


Figura 1 – Planta de Forma dos Pavimentos

Fonte: Adaptado de Antoniazzi (2011)

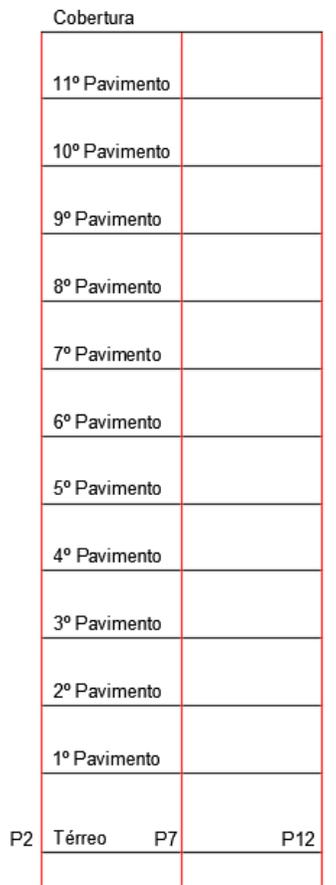


Figura 2 – Corte Esquemático

Fonte: Adaptado de Antoniazzi (2011)

Antoniuzzi (2011) estipulou que todos os pavimentos são idealizados com a mesma planta de forma e o mesmo pé direito de 2,90 metros, exceto o térreo, com 3,40 metros. Com base nisso, foram levantadas as ações verticais (cargas permanentes e acidentais) e as ações horizontais (carga de vento) para os pilares P2, P7 e P12, distribuindo-as de maneira uniforme para que cada pavimento tenha o mesmo valor. Para o material utilizado, que é o concreto armado, foi considerado um módulo de elasticidade de 25000Mpa.

Para o cálculo dos coeficientes de mola, considerou-se o solo como argila arenosa, admitindo-o como um meio semi-infinito e homogêneo, possuindo coeficiente de Poisson na ordem de 0,30, módulo de Young de 20 MPa e ângulo de atrito de 35º, de modo a permitir que uma análise elástica fosse feita.

## 2.4.2 Comparações Dos Resultados Obtidos Nos Modelos

De modo a elucidar a visualização dos resultados obtidos para os deslocamentos horizontais no primeiro tramo, em todos os pavimentos e modelos, estes podem ser comparados através do Gráfico 1:

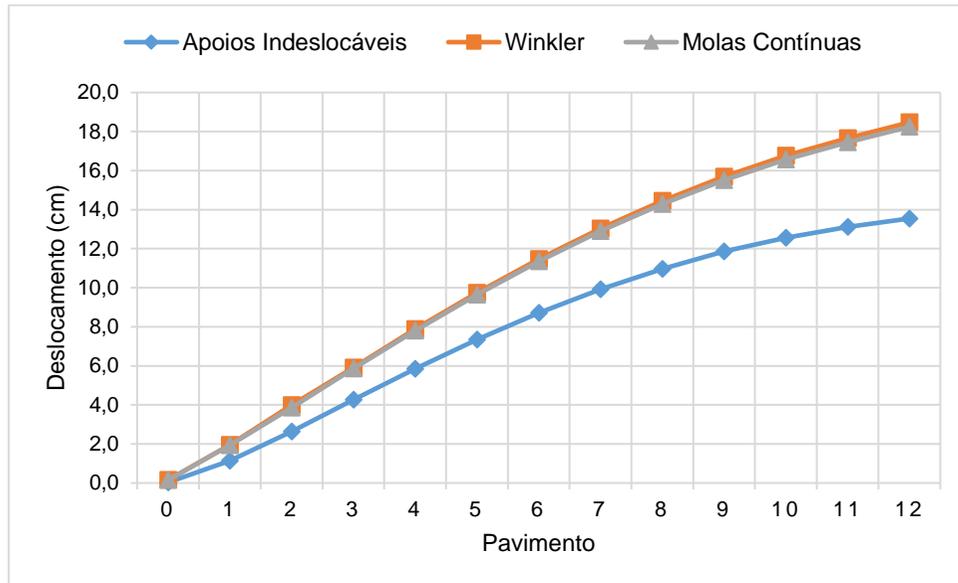


Gráfico 1 – Comparação entre deslocamentos horizontais no 1º tramo

Fonte: O próprio Autor (2017)

Notou-se que os deslocamentos demonstrados no Gráfico 1 aumentam progressivamente por pavimento. Estes também se apresentaram superiores no modelo de Winkler e no modelo de molas contínuas, por se tratarem de pórticos com menor rigidez. No pavimento térreo houve uma diferença de quase 407% entre o modelo convencional e o modelo de Winkler, mesmo que a grandeza numérica não seja considerada grande. No último pavimento essa variação entre deslocamentos horizontais no primeiro tramo foi de aproximadamente 25% entre os modelos, sendo que o modelo de molas contínuas não apresenta resultados muito distintos do modelo intermediário. A geometria dos gráficos de variações observadas para os outros dois tramos nos deslocamentos horizontais se apresentaram muito parecidas àquelas do Gráfico 1.

Os deslocamentos verticais, também no primeiro tramo e para todos os pavimentos, são apresentados no Gráfico 2, a seguir.

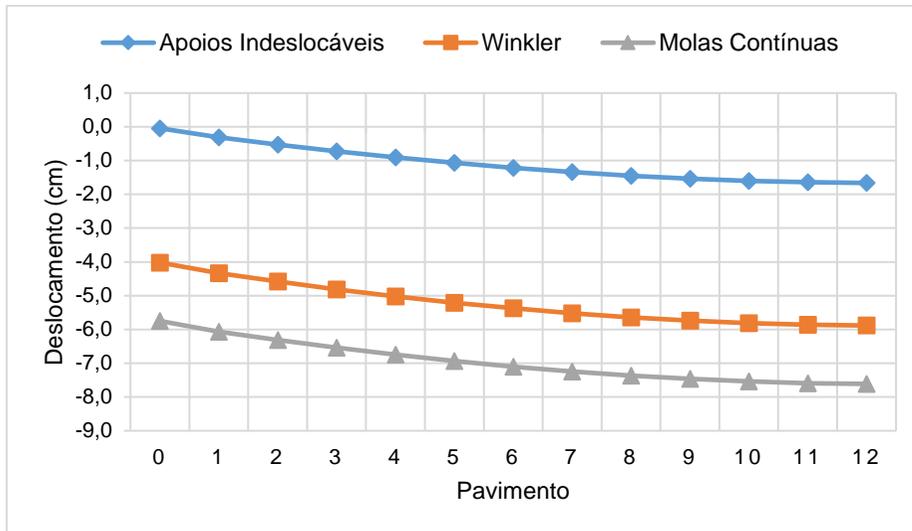


Gráfico 2 – Comparação entre deslocamentos verticais no 1º tramo

Fonte: O próprio Autor (2017)

Dentre todos os parâmetros analisados, os deslocamentos verticais de todas as prumadas de pilares foram os que obtiveram as maiores variações entre modelos. No Gráfico 2, o sexto pavimento apresentou uma diferença de aproximadamente 342% entre o modelo de apoios indeslocáveis e o modelo de Winkler. No mesmo pavimento, a diferença entre Winkler e o modelo de molas contínuas apresentou uma diferença de 29%, sendo que esta diferença é mantida até o último pavimento.

O Gráfico 3 mostra os diferentes deslocamentos verticais para todos os pavimentos no segundo tramo, referente a prumada da sapata 7 (S7).

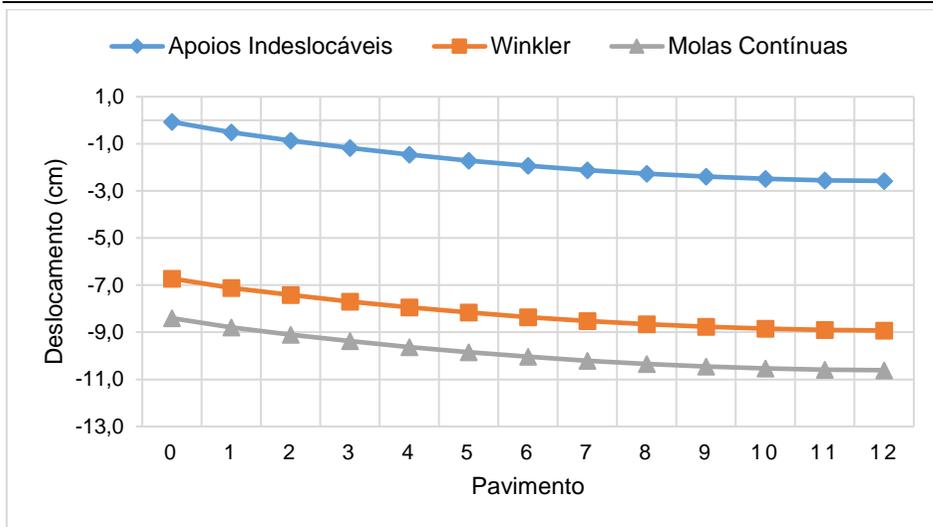


Gráfico 3 – Comparação entre deslocamentos verticais no 2º tramo

Fonte: O próprio Autor (2017)

Observou-se que a geometria do gráfico de deslocamentos se manteve semelhante ao Gráfico 3 para os três tramos. Neste mesmo Gráfico, obteve-se que a diferença de deslocamentos entre os modelos de apoios indeslocáveis e Winkler foi de aproximadamente 333% no sexto pavimento, o que é bastante significativo na análise de recalques diferenciais. Já entre os modelos de Winkler e molas contínuas, no mesmo pavimento, a variação entre deslocamentos foi em torno de 20%.

No gráfico 4, apresentam-se os deslocamentos verticais para o 3º tramo, também com geometria parecida aos gráficos anteriores.

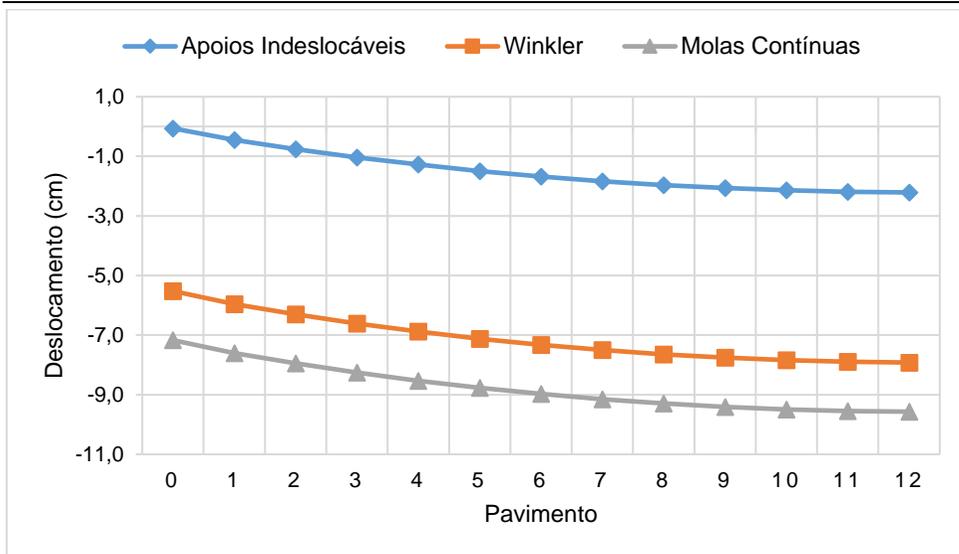


Gráfico 4 – Comparação entre deslocamentos verticais no 3º tramo

Fonte: O próprio Autor (2017)

As variações entre valores dos modelos evidenciam a influência que a rigidez dos apoios exerce no pórtico propriamente dito. Devido às incertezas que os solos apresentam, ao se fazer uma análise de recalques diferenciais, é usual restringir os recalques absolutos ao valor máximo, para que dessa forma os recalques diferenciais também não atinjam os limites considerados prejudiciais à edificação. Neste contexto, as divergências entre Winkler e Molas Contínuas são consideradas significativas.

Partindo para a análise dos pilares, foco do estudo, consideraram-se os valores encontrados no topo e na base do elemento estrutural. A convenção utilizada para a análise é demonstrada na Figura 62, a seguir.

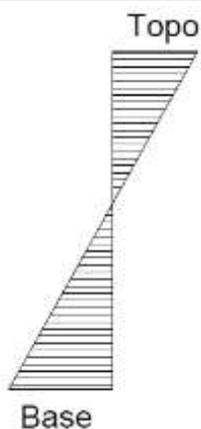


Figura 3 – Convenção adotada para análise dos pilares

Fonte: Antoniazzi (2011)

Ao se analisar o pórtico adotado, através dos Gráficos 5 e 6, que demonstram momentos no topo e na base do P2, foi possível notar claramente a redistribuição de esforços ocorrida, recorrente da consideração da deformação do solo. Observou-se que, no pavimento térreo, demonstrado pelo Gráfico 5, o maior momento fletor é apresentado nos modelos de Winkler e molas contínuas, representando uma diferença de 14% entre o modelo convencional. Nos próximos pavimentos, notou-se que os momentos nos modelos considerando a ISE se apresentaram maiores, sendo que no último pavimento esse acréscimo chega a ser de aproximadamente 46%.

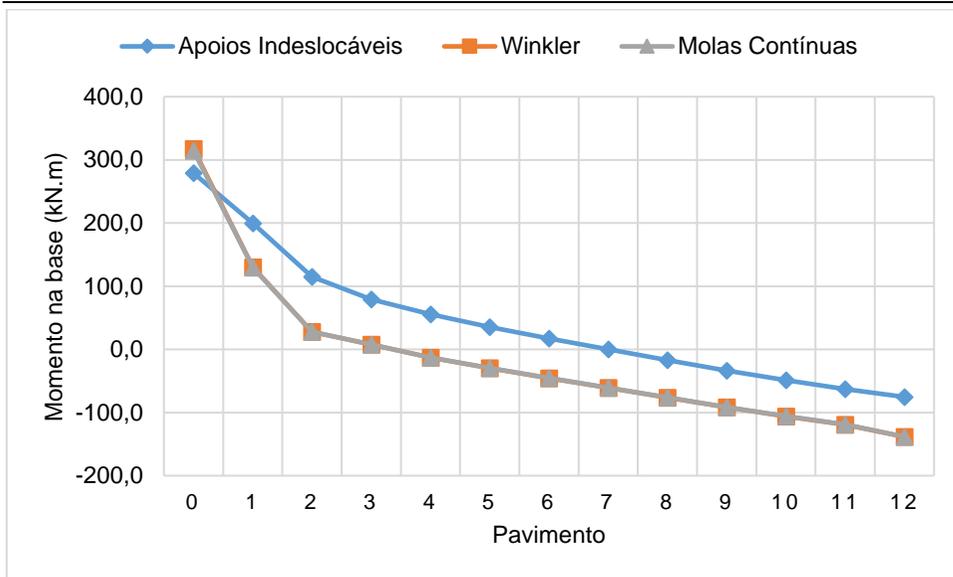


Gráfico 5 – Momentos na base do P2

Fonte: O próprio Autor (2017)

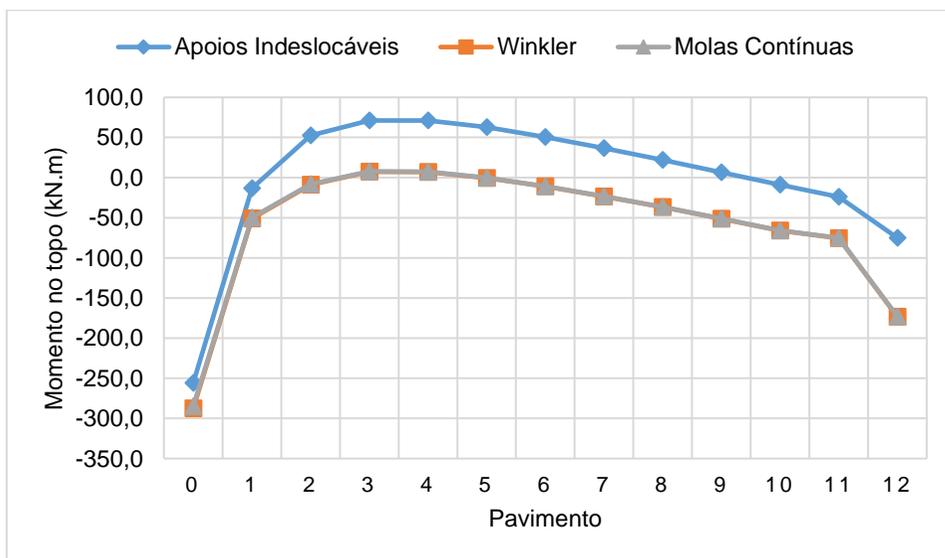


Gráfico 6 – Momentos no topo do P2

Fonte: O próprio Autor (2017)

No Gráfico 6 também foi possível notar que não houveram diferenças significativas entre os modelos de Winkler e molas contínuas em termos de momentos fletores para todos os pavimentos.

Os Gráficos 7 e 8 apresentam, respectivamente, os momentos na base e no

topo do pilar 7. Ao longo da prumada de pilares, a consideração do solo não demonstrou diferenças significativas no Gráfico 7, exceto para os primeiros pavimentos, onde o local mais crítico apresenta uma diferença de aproximadamente 80% entre o modelo de molas contínuas e o modelo convencional.

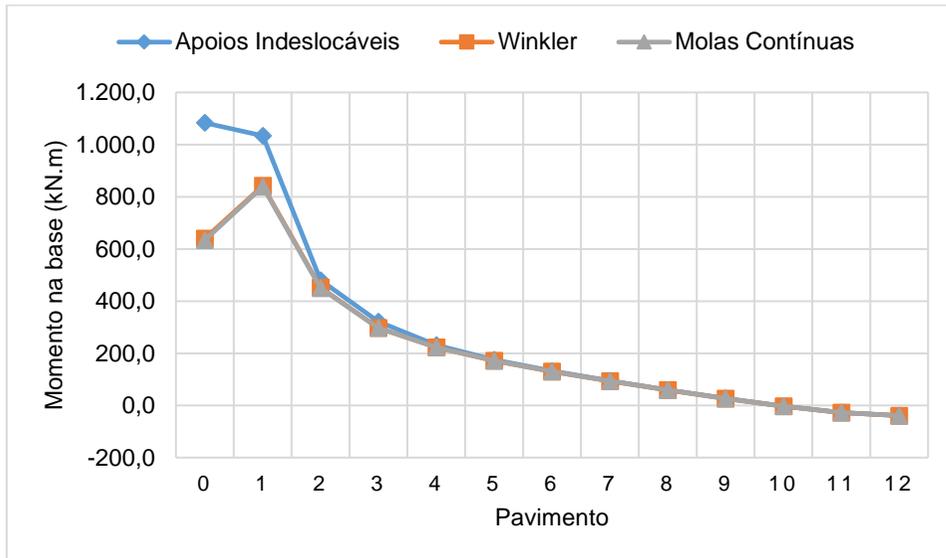


Gráfico 7 – Momentos na base do P7

Fonte: O próprio Autor (2017)

No Gráfico 8 também não são demonstradas divergências significativas ao longo da prumada do pilar 7, e a diferença encontrada entre os momentos no pavimento térreo é de aproximadamente 34%.

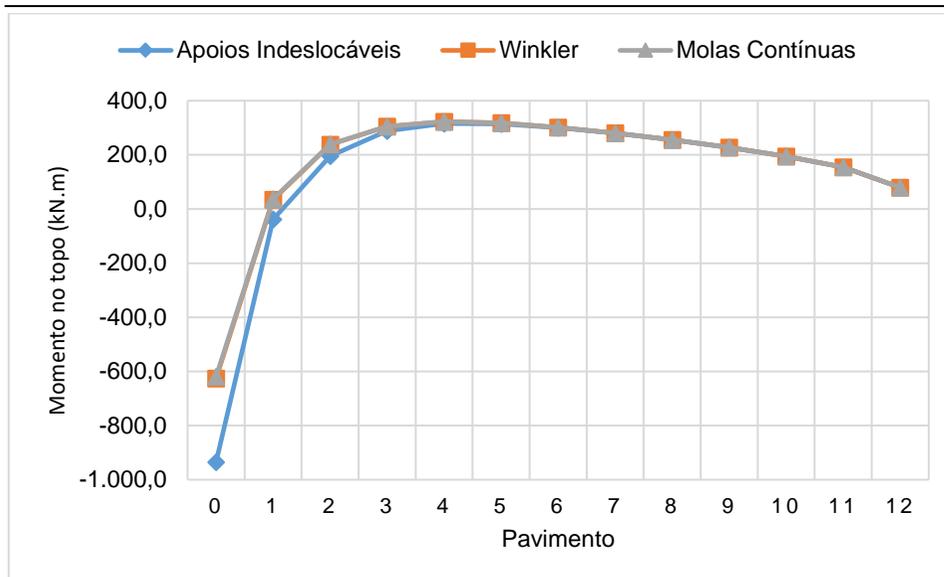


Gráfico 8 – Momentos no topo do P7

Fonte: O próprio Autor (2017)

Os Gráficos 9 e 10, que dispõem dos momentos encontrados na base e no topo do pilar 12, observou-se novamente os efeitos da interação solo estrutura. No Gráfico 9, observou-se um acréscimo de momentos ao longo da prumada, sendo que o último pavimento apresenta uma diferença de aproximadamente 70% entre os modelos. O maior momento do modelo de Winkler, encontrado no primeiro pavimento, possui diferença de 36% em relação ao modelo de apoios indeslocáveis.

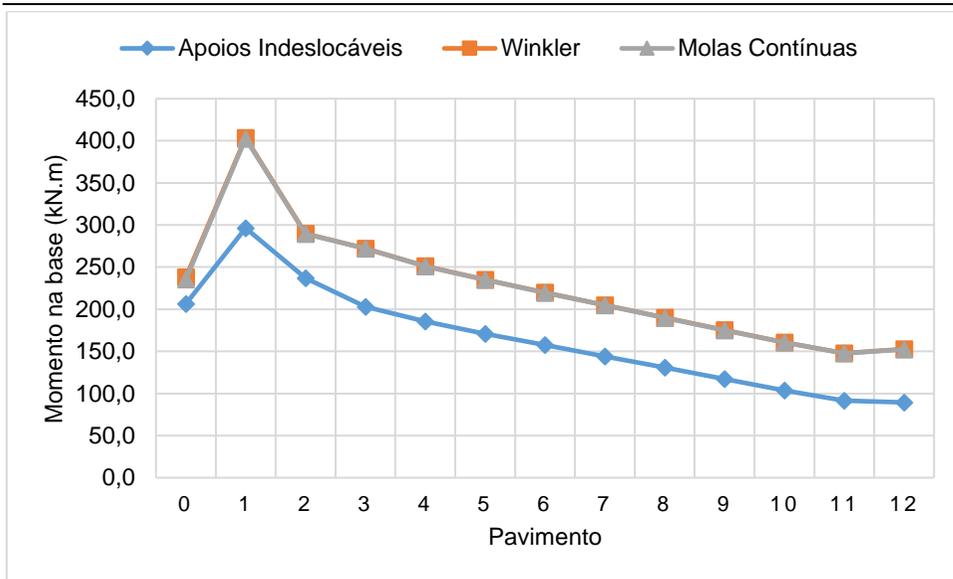


Gráfico 9 – Momentos na base do P12

Fonte: O próprio Autor (2017)

Em relação ao modelo de Winkler e o modelo de molas contínuas, também não foram apresentadas diferenças significativas em termos de momento fletor, como observa-se no Gráfico 10. Neste mesmo quadro, notaram-se aumentos dos momentos fletores no topo dos pilares do pórtico com menor rigidez quando comparados aos momentos do modelo convencionalmente utilizado.

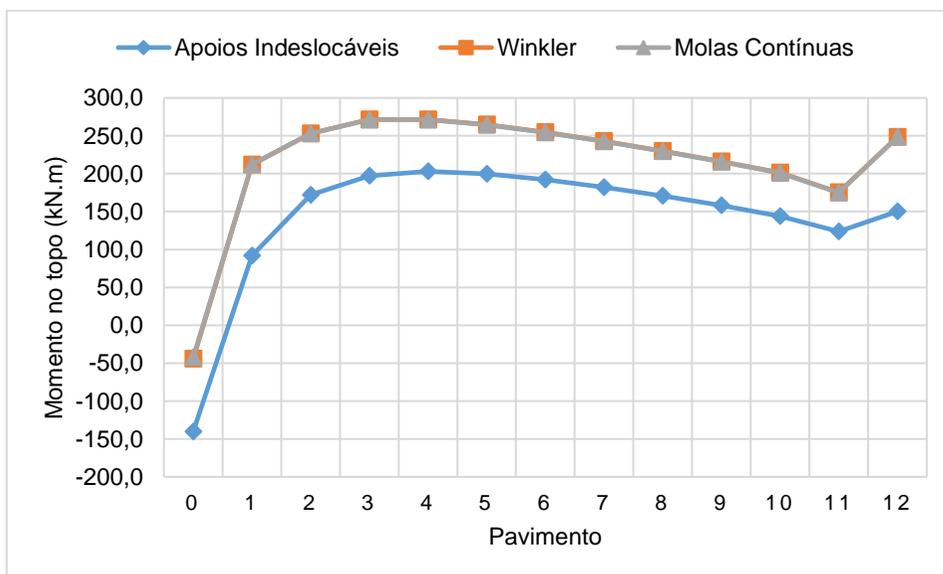


Gráfico 10 – Momentos no topo do P12

Fonte: O próprio Autor (2017)

Além dos momentos fletores observados ao longo das três prumadas de pilares, confirmou-se uma redistribuição de esforços normais dos pilares laterais em direção ao central. O Gráfico 11 demonstra os valores de normais ao longo do pilar 2, sendo que o maior acréscimo é encontrado no pavimento térreo, onde a diferença é de 15%.

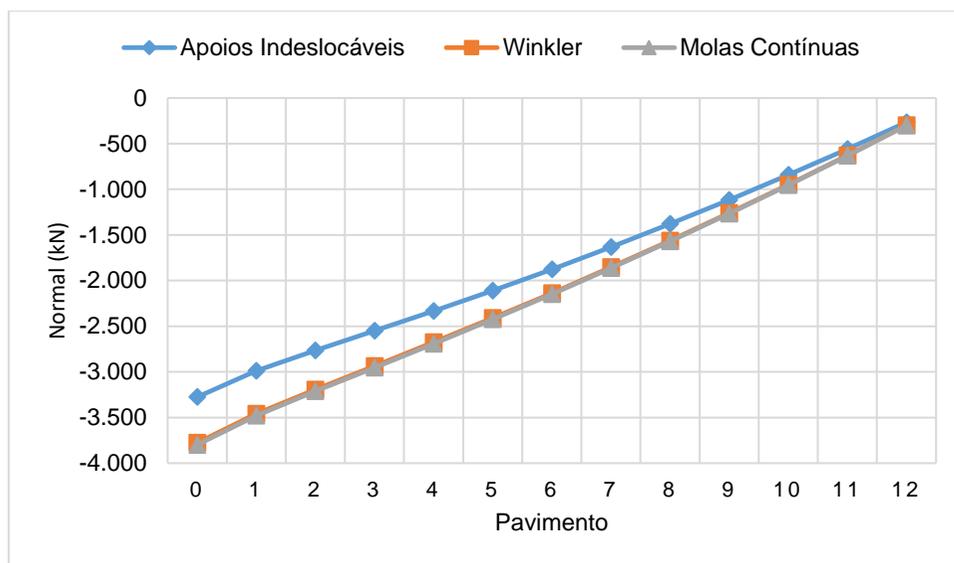


Gráfico 11 – Normais ao longo do P2

Fonte: O próprio Autor (2017)

Para as normais do P7, representadas no Gráfico 12, a diferença no pavimento térreo, em termos de percentual, é de quase 12%.

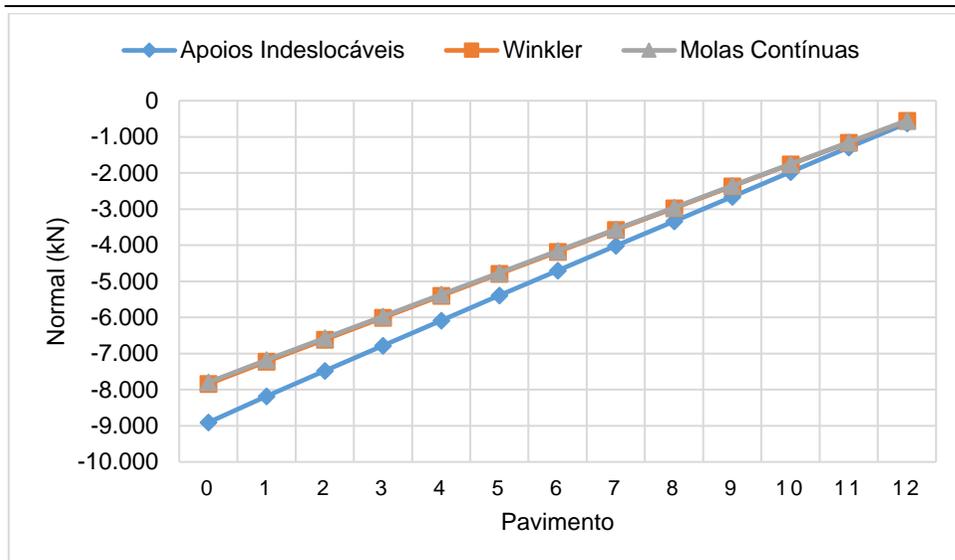


Gráfico 12 – Normais ao longo do P7

Fonte: O próprio Autor (2017)

Nas normais ao longo dos pilares, não foram encontradas divergências significativas entre o modelo de Winkler e o modelo de molas contínuas, conforme apresentado no Gráfico 13.

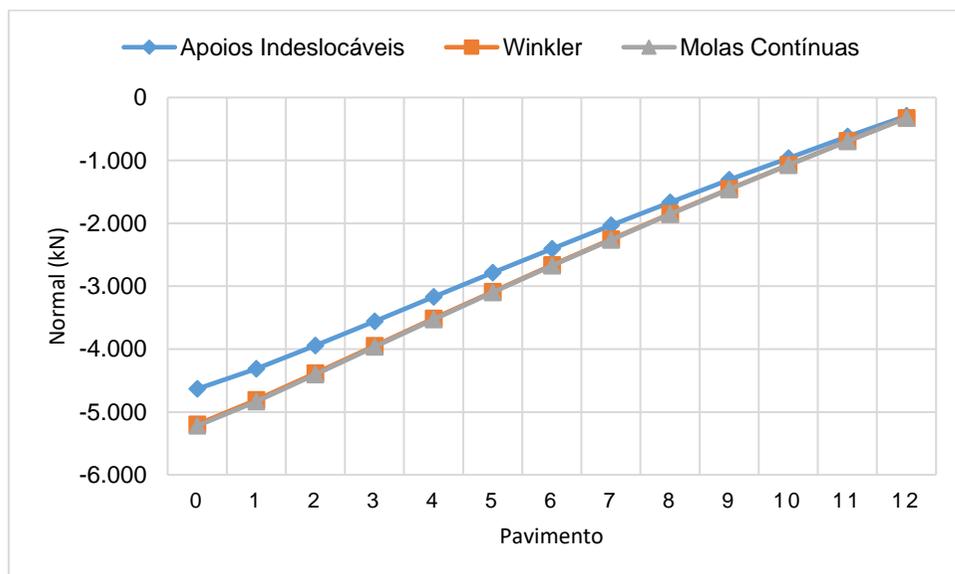


Gráfico 13 – Normais ao longo do P12

Fonte: O próprio Autor (2017)

---

### 3 CONCLUSÃO

Adaptada durante anos, a análise matricial possibilitou a discretização de elementos para que estes pudessem ser analisados de forma tanto individual quanto global, sendo que, o método dos elementos finitos, que se trata de uma evolução da análise matricial, foi o meio utilizado para o modelo computacional do pórtico pré-determinado. É interessante notar que, ao descrever a edificação utilizando conceitos matriciais, obteve-se total controle em relação às variáveis aplicadas na análise de pórtico, o que diminui o risco de erros de resultados ocasionados por variáveis desconhecidas ou não desejadas.

Devido a configuração de carregamento e geometria do pórtico adotado, as diferenças entre os modelos de Winkler e molas contínuas foram minimizadas. Caso o pórtico não fosse simétrico e outras configurações de carregamentos fossem aplicados, os resultados encontrados poderiam ter sido diferentes.

Ao analisar os gráficos encontrados referentes aos momentos ao longo das prumadas de pilares, observou-se que houve uma redistribuição de esforços significativa, na maioria dos casos aumentando os momentos transmitidos para esses elementos estruturais, ocasionados devido a interação da estrutura com o solo. Em relação às normais ao longo destes, também foram encontradas evidências de redistribuição de esforços, onde os pilares que se deslocaram transmitiram esforços para os pilares vizinhos. Dentro destes aspectos, apesar de ter sido observada uma grande diferença entre o modelo de molas e o modelo convencional, não houveram diferenças significativas entre o modelo de Winkler e o modelo de molas contínuas.

A maior divergência de resultados considerando todos os modelos foi constatada nos valores de deslocamentos. Os modelos de mola, por se tratarem de pórticos com rigidez menor, logicamente apresentaram deslocamentos maiores, tanto no sentido vertical quanto horizontal, permitindo que a edificação se deslocasse conforme a execução por fases de pavimentos, até que os recalques fossem estabilizados.

Pela instabilidade e incerteza gerada pelos solos, é comum que seja feita uma análise de recalques absolutos quando se deseja uma análise de recalques diferenciais. Desta forma, é possível restringir os recalques absolutos para que estes

---

não cheguem aos limites impostos para uma edificação, impedindo, assim, que os recalques diferenciais atinjam limites máximos. Dentro desse contexto, constatou-se que as divergências nos deslocamentos do modelo de Winkler – que utilizou molas discretas em sua fundação – e do modelo de molas contínuas – que, além das molas consideradas, também considerou a influência entre uma sapata na outra – foram significativas.

Os parâmetros utilizados tornaram possível uma análise comparativa entre métodos e suas principais influências, bem como um aprofundamento sobre a análise matricial e métodos de discretização, utilizadas por grande parte dos programas computacionais. Desta forma, foi possível quantificar a importância da consideração da interação solo-estrutura, dimensionando os elementos estruturais de forma mais fiel à realidade e proporcionando mais segurança ao projetista.

## REFERÊNCIAS

ANTONIAZZI, Juliana Pippi. **Interação solo-estrutura de edifícios com fundações superficiais**. 2011. 139 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental. UFSM, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

CARELLI, Jackson Antonio. **Análise Matricial de Estruturas**. Notas de aula, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Oeste de Santa Catarina (UNOESC), Santa Catarina, 2015.

CINTRA, José Carlos A.; AOKI, Nelson; ALBIERO, José Henrique. **Fundações Diretas**. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.

COLARES, George Moura. **Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios**. 2006. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Curso de Mestrado em Engenharia Civil. USP, Universidade de São Paulo, São Paulo.

KIMURA, Alio. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado**: Cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais. 1ª. ed. São Paulo: Pini, 2007.

SOUZA, Rafael Alves de. REIS, Jeselay Hemetério Cordeiro dos. **Interação solo-estrutura para edifícios sobre fundações rasas**. Technology Acta Scientiarum, Maringá, v. 30, n. 2, 2008, p. 161-171.

---

VAZ, Luiz Eloy. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.